

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

25/01/2018

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [] 31/01 [] 01/02 [] 02/02.

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

- (1) (6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2\beta n}}{3^n} \sqrt{\frac{(n+1)^{n+2\beta}}{n^n}} \frac{1}{(n+3)^\beta}.$$

- (2) (8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x + \frac{x^2}{2}\right) + 1 - e^{x-x^3} + \frac{1}{2} \log\left(1 + x + \frac{x^2}{2}\right) - \frac{7}{12} \arctan(x^3) - \frac{x}{2}}{\left(\sqrt{1-2x^4}-1\right) e^{x+1}}.$$

- (3) (8 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{3}{(2e^{-x}-1)^2} dx.$$

- (4) (8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-2}{|x-3|}}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio
- Limiti negli estremi del dominio
- Intervalli di monotonia
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti
- Eventuali punti di non derivabilità.

- (5) (2 punti) Sia $f(x) = \log(x + e^{\sin x}) \cdot e^{\tan x}$. Calcolare $f'(x)$.

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

25/01/2018

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [] 31/01 [] 01/02 [] 02/02.

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

- (1) (6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{e^{\alpha n}} \sqrt[3]{\frac{(n+2)^n}{(n+1)^{n+\alpha}}} n^{\alpha/3}.$$

- (2) (8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x - \frac{x^2}{2}} - \log(1 + x^3 + x) + \sin\left(x - \frac{x^2}{2}\right) - 1 - x + 11 \tan\left(\frac{x^3}{6}\right)}{\sin(x^2 + 1)(\cos(x^2) - 1)}.$$

- (3) (8 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{1}{(2 - e^{-x})^2} dx.$$

- (4) (8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2}{|x - 3|}}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio
- Limiti negli estremi del dominio
- Intervalli di monotonia
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti
- Eventuali punti di non derivabilità.

- (5) (2 punti) Sia $f(x) = e^{\sin(x^2+7)} \cdot \log(\cos x + 1)$. Calcolare $f'(x)$.

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^5) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$